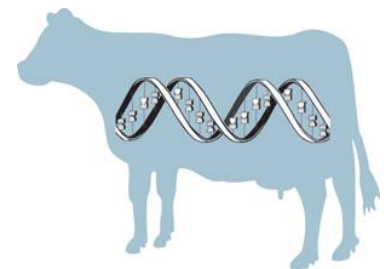


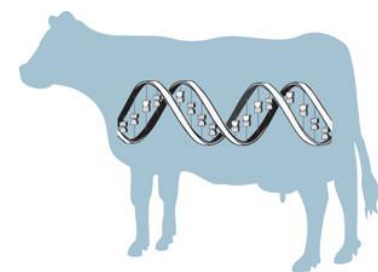
BLUP – Animal Model

Zdeňka Veselá
vesela.zdenka@vuzv.cz



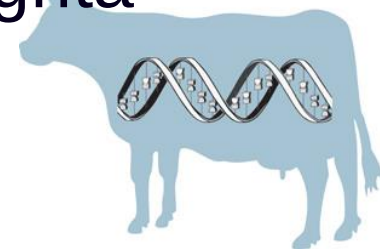
BLUP – Animal model

- *Nejrozšířenější metoda odhadu PH*
- *Předpověď PH pro všechny jedince v populaci na základě všech dostupných užitkovostí všech jedinců v populaci*
- *Obecným znakem Animal modelu je zahrnutí ADITIVNĚ – GENETICKÉ MATICE PŘÍBUZNOSTI (**A**)*



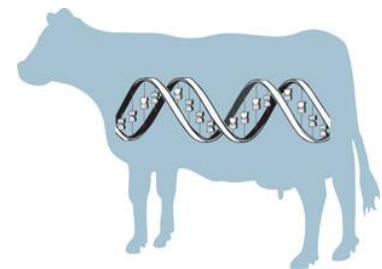
Matrice příbuznosti **A**

- *Čtvercová matice*
- *Velikost odpovídá počtu jedinců*
- a_{ij} (*diagonální prvky*) se rovnají $1 + F_Z$
 - F_Z je koeficient inbrídingu *i-tého jedince*
- $a_{ij} = a_{ji}$ (*prvky mimo diagonálu*)
 - Aditivně genetické stupně příbuznosti mezi *i-tým* a *j-tým* jedincem
 - Koeficient příbuznosti R_{XY} podle Wrighta (1922)



Matice příbuznosti **A**

- *Variančně-kovarianční struktura mezi aditivně-genetickými hodnotami jedinců*



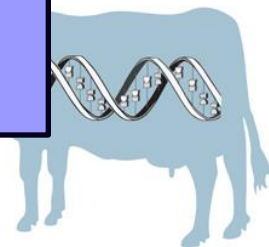
BLUP – Animal model

Soustava normálních rovnic (Henderson)
Mixed Model Equation (MME)

U otcovského modelu la
 $\alpha = \sigma_e^2 / \sigma_s^2 = (4 - h^2) / h^2$

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \sigma_e^2 / \sigma_a^2 = (1 - h^2) / h^2$$



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *PŘÍKLAD 2*

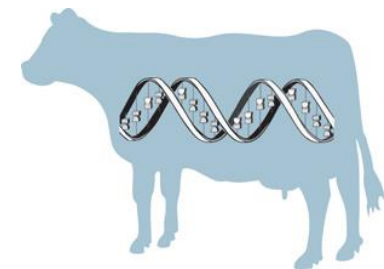
Máme k dispozici výsledky užítkovosti uvedené v tabulce. Jedná se o průměrné denní přírůstky od narození do odstavu (DP) telat masného skotu. Cílem je odhad efektu pohlaví a předpověď plemenné hodnoty pro všechny jedince, tj. telata i jejich rodiče. $\sigma_a^2 = 20$ a $\sigma_e^2 = 40$.

Vytvořte skalární zápis modelu. Jaký bude maticový zápis modelu?

Odhadněte efekt pohlaví a předpovězte PH pro všechny jedince.

Stanovte spolehlivost a přesnost předpovědi plemenné hodnoty.

Telata	Pohlaví	Otec	Matka	DP (kg)
4	Býček	1	-	4,5
5	Jalovička	3	2	2,9
6	Jalovička	1	2	3,9
7	Býček	4	5	3,5
8	Býček	3	6	5,0



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

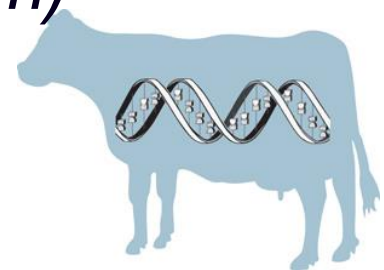
- **PŘÍKLAD 2**
- *Skalární model*

$$y_{ijk} = p_i + a_j + e_{ijk}$$

- y_{ijk} = denní přírůstek j -tého telete, i -tého pohlaví
- p_i = fixní efekt i -tého pohlaví
- a_j = náhodný efekt j -tého telete
- e_{ijk} = náhodný chybový efekt (reziduum)

- *Maticový zápis*

$$y = Xb + Za + e$$

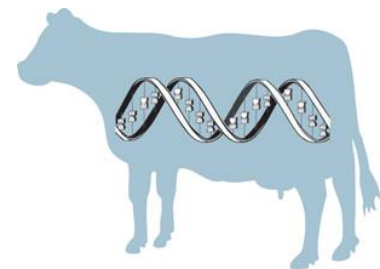


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- **PŘÍKLAD 2**
- *Designová matice pro pevný efekt (pohlaví)*

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

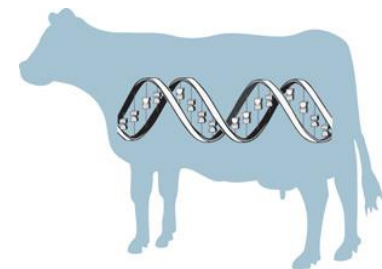
BLUP – Animal model

- **PŘÍKLAD 2**
- *Designová matice pro náhodný efekt (jedinci)*

Předci

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jedinci s užitkovostí



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

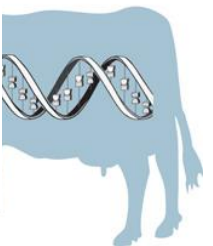
■ *PŘÍKLAD 2*

$$X'X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Z'X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X'Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z'Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



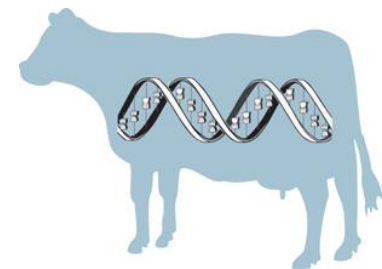
$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *PŘÍKLAD 6*

$$X'y = \begin{bmatrix} 13,0 \\ 6,8 \end{bmatrix}$$

$$Z'y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,5 \\ 2,9 \\ 3,9 \\ 3,5 \\ 5,0 \end{bmatrix}$$

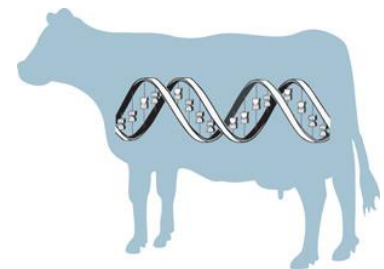


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- *Rovnice nejmenších čtverců (LSE – least-square equations)*

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

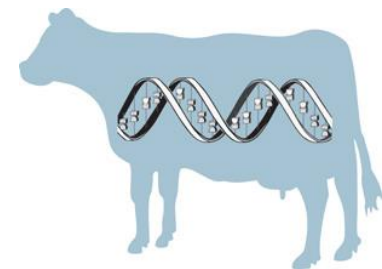


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- *Rovnice nejmenších čtverců (LSE – least-square equations)*

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \\ \hat{a}_5 \\ \hat{a}_6 \\ \hat{a}_7 \\ \hat{a}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,0 \\ 6,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,5 \\ 2,9 \\ 3,9 \\ 3,5 \\ 5,0 \end{bmatrix}$$

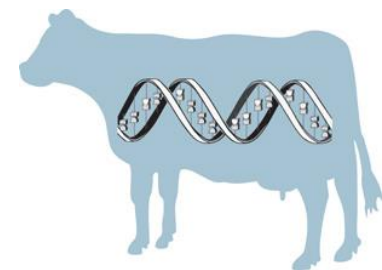
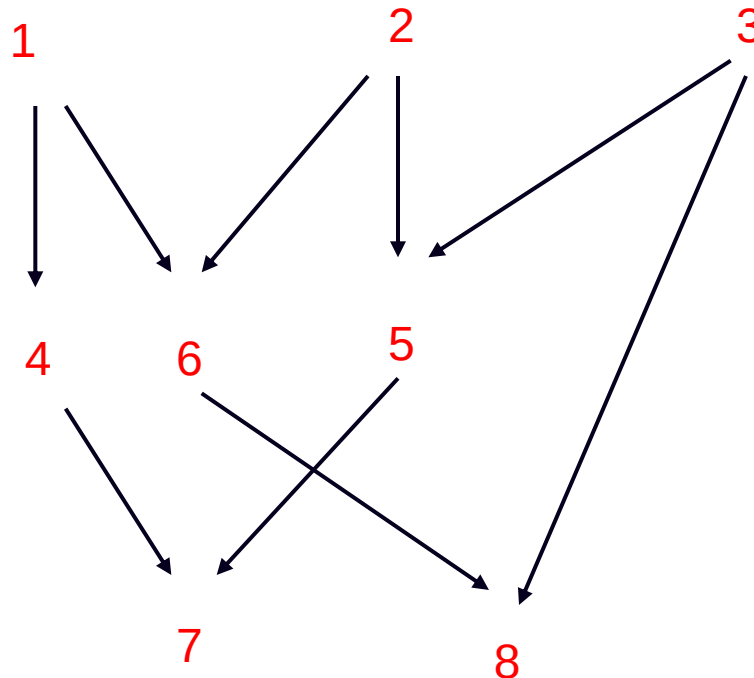


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

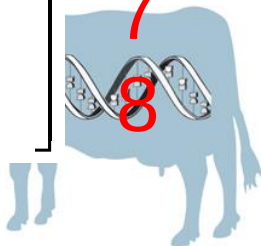
BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

1 2 3 4 5 6 7 8

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \end{bmatrix}$$

1
2
3
4
5
6
7
8

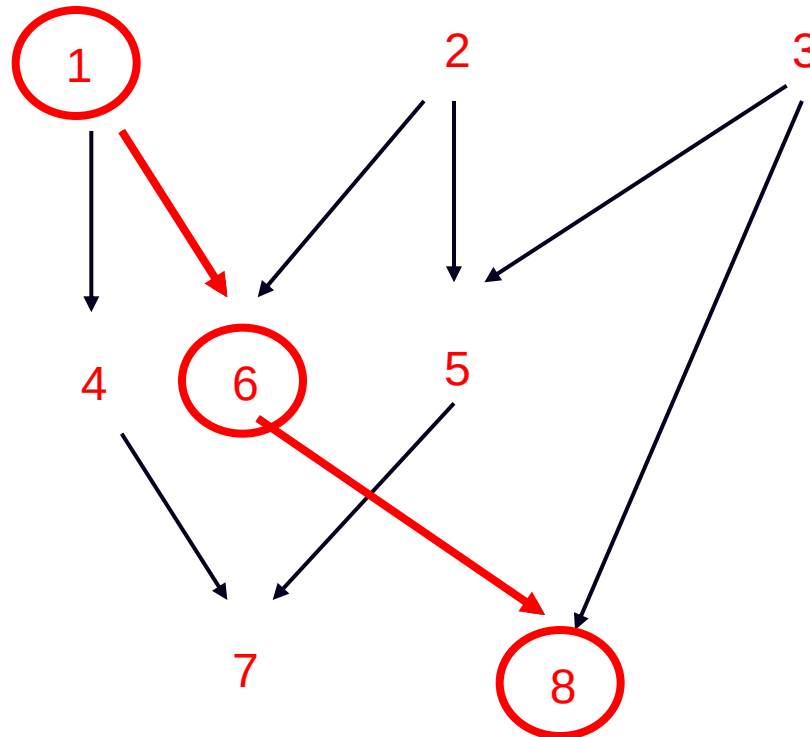


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



$$R_{11} = 1$$

$$R_{12} = 0$$

$$R_{13} = 0$$

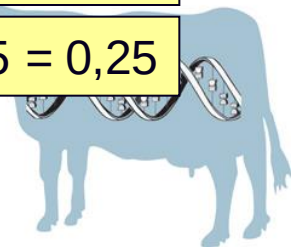
$$R_{14} = 0,5$$

$$R_{15} = 0$$

$$R_{16} = 0,5$$

$$R_{17} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

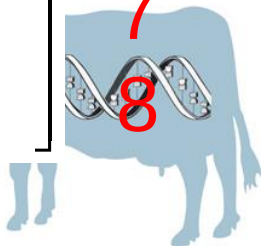
$$R_{18} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

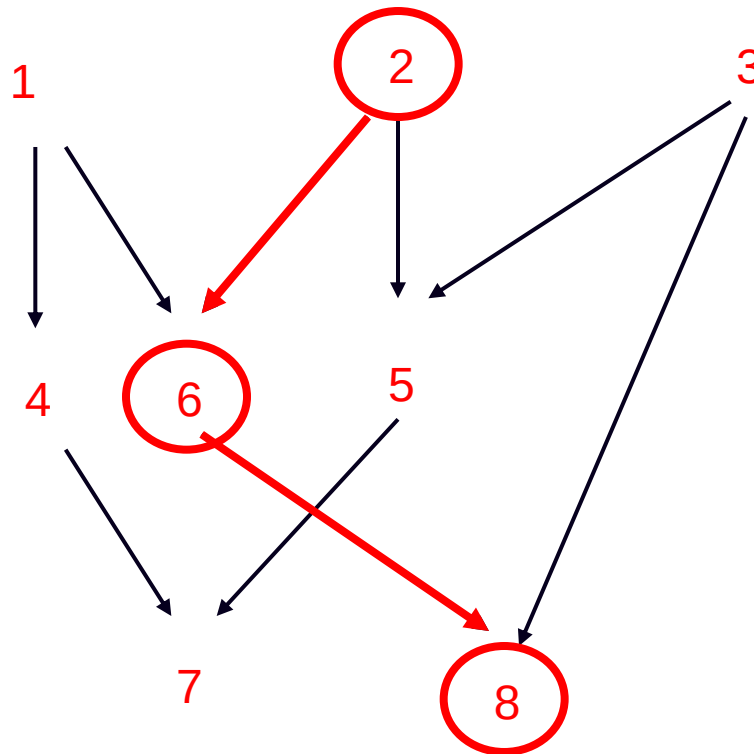
$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0,5 & 0,25 & 0,25 \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0,5 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0,5 & & & & & & & \\ 0,25 & & & & & & & \\ 0,25 & & & & & & & \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} \end{matrix}$$


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

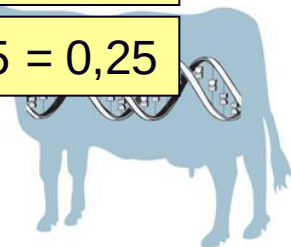
BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



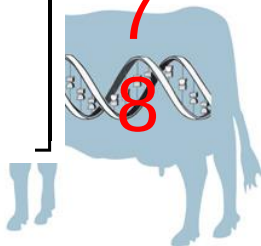
$R_{22} = 1$
$R_{23} = 0$
$R_{24} = 0$
$R_{25} = 0,5$
$R_{26} = 0,5$
$R_{27} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$
$R_{28} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

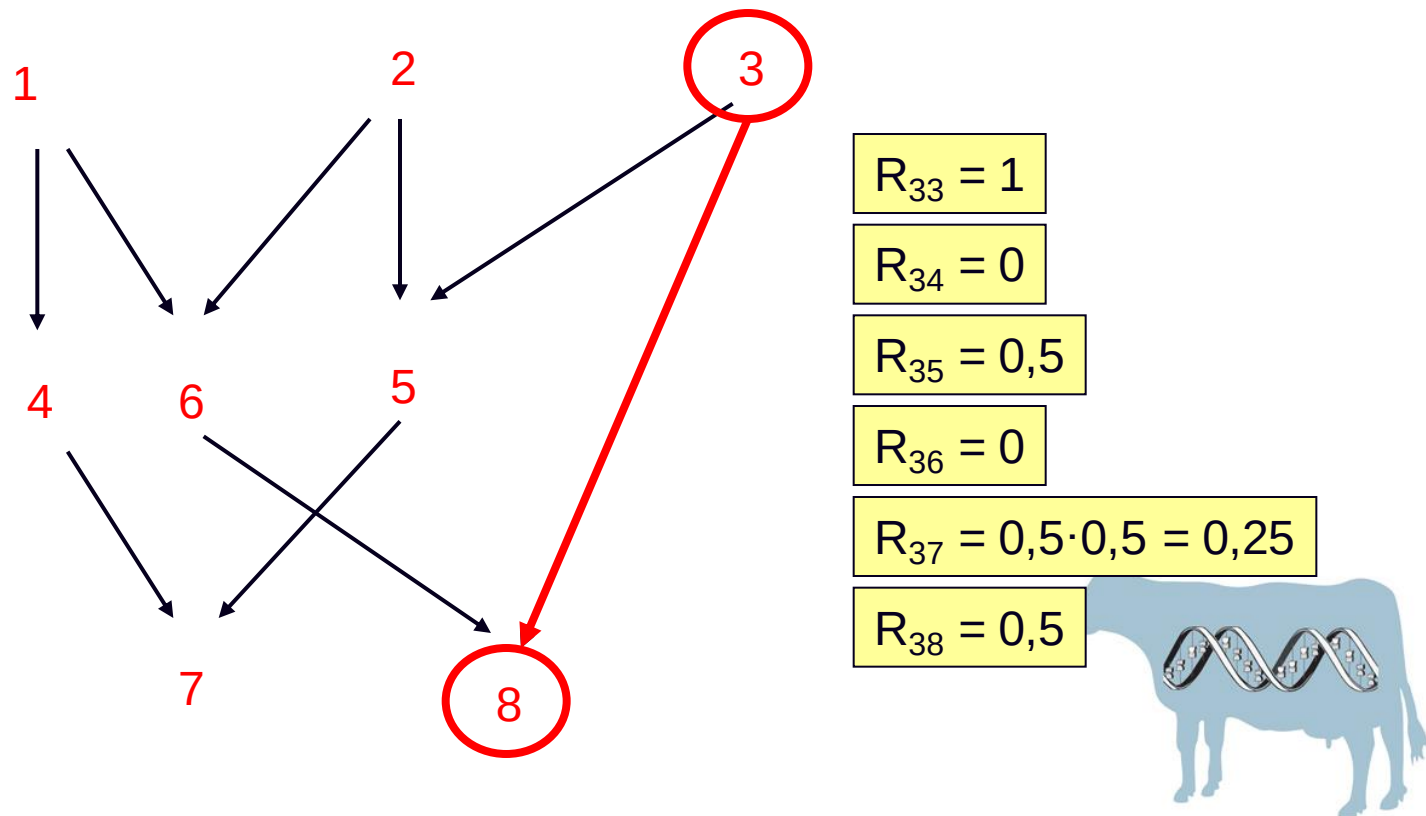
$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0,5 & 0,25 & 0,25 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0,25 & 0,25 \\ 0 & 0 & & & & & & \\ 0,5 & 0 & & & & & & \\ 0 & 0,5 & & & & & & \\ 0,5 & 0,5 & & & & & & \\ 0,25 & 0,25 & & & & & & \\ 0,25 & 0,25 & & & & & & \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} \end{matrix}$$


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*

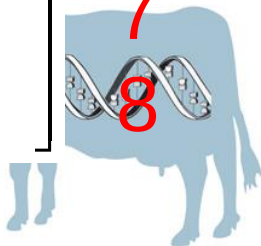


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$A =$	1	0	0	0,5	0	0,5	0,25	0,25	1
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,25	0,25	2
	0	0	1	0	0,25	0	0,25	0,5	3
	0,5	0	0						4
	0	0,5	0,5						5
	0,5	0,5	0						6
	0,25	0,25	0,25						7
	0,25	0,25	0,5						8

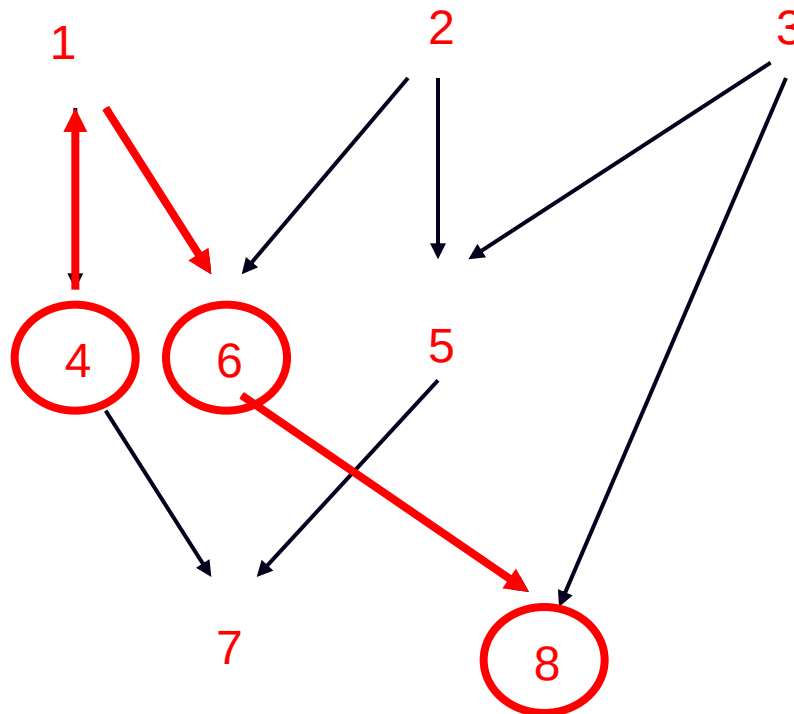


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



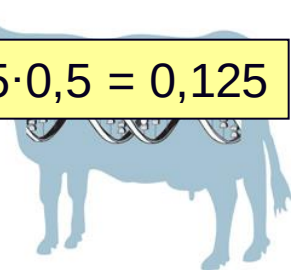
$$R_{44} = 1$$

$$R_{45} = 0$$

$$R_{46} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$R_{47} = 0,5$$

$$R_{48} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$$

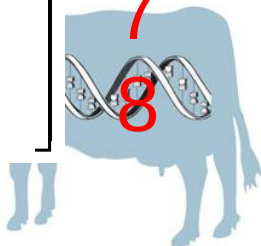


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$A =$	1	0	0	0,5	0	0,5	0,25	0,25	1
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,25	0,25	2
	0	0	1	0	0,25	0	0,25	0,5	3
	0,5	0	0	1	0	0,25	0,5	0,125	4
	0	0,5	0,5	0					5
	0,5	0,5	0	0,25					6
	0,25	0,25	0,25	0,5					7
	0,25	0,25	0,5	0,125					8

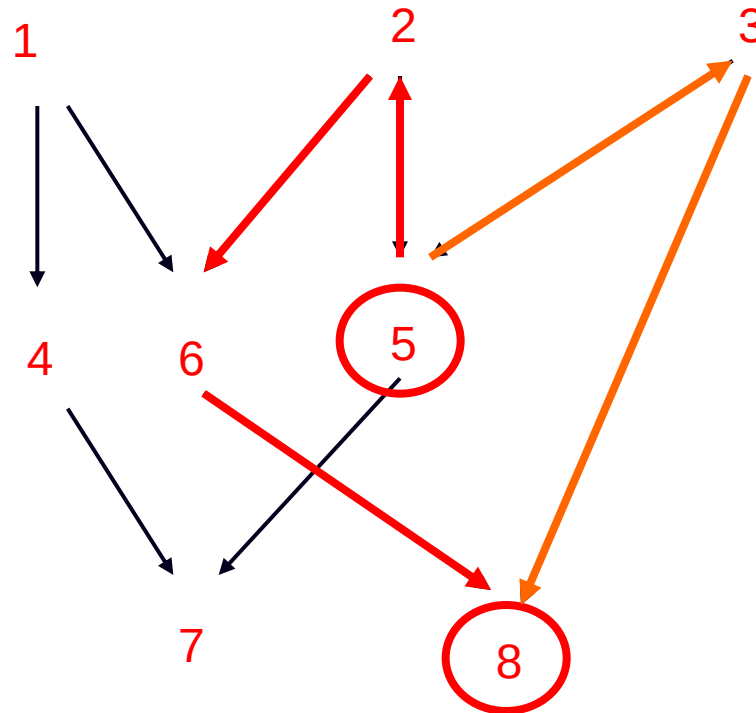


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



$$R_{55} = 1$$

$$R_{56} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$R_{57} = 0,5$$

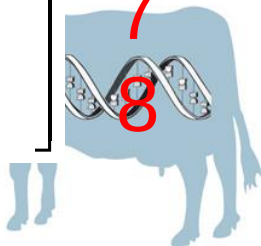
$$R_{58} = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,375$$

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$A =$	1	0	0	0,5	0	0,5	0,25	0,25	1
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,25	0,25	2
	0	0	1	0	0,25	0	0,25	0,5	3
	0,5	0	0	1	0	0,25	0,5	0,125	4
	0	0,5	0,5	0	1	0,25	0,5	0,375	5
	0,5	0,5	0	0,25	0,25				6
	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5				7
	0,25	0,25	0,5	0,125	0,375				8

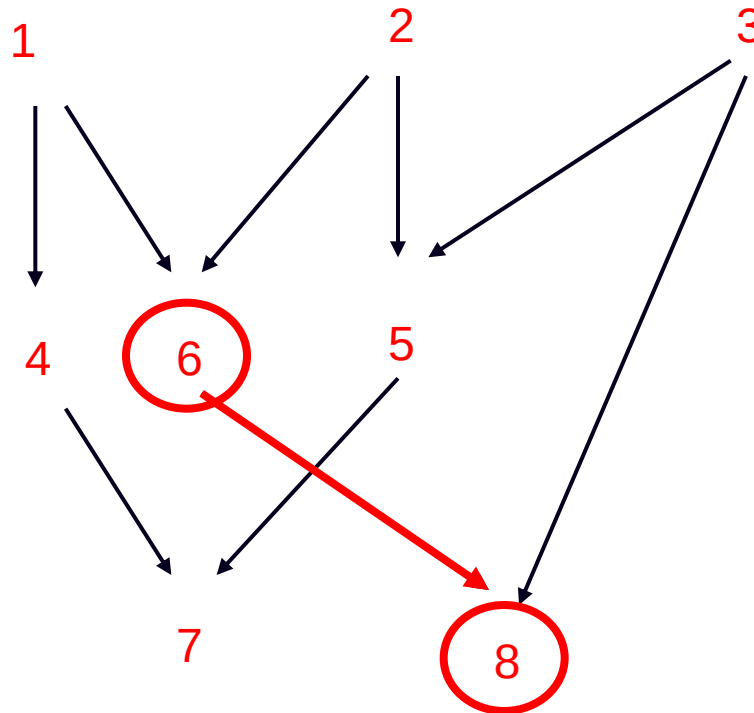


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



$$R_{66} = 1$$

$$R_{67} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$R_{68} = 0,5$$

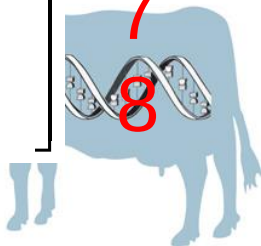


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$A =$	1	0	0	0,5	0	0,5	0,25	0,25	1
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,25	0,25	2
	0	0	1	0	0,25	0	0,25	0,5	3
	0,5	0	0	1	0	0,25	0,5	0,125	4
	0	0,5	0,5	0	1	0,25	0,5	0,375	5
	0,5	0,5	0	0,25	0,25	1	0,25	0,5	6
	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25			7
	0,25	0,25	0,5	0,125	0,375	0,5			8

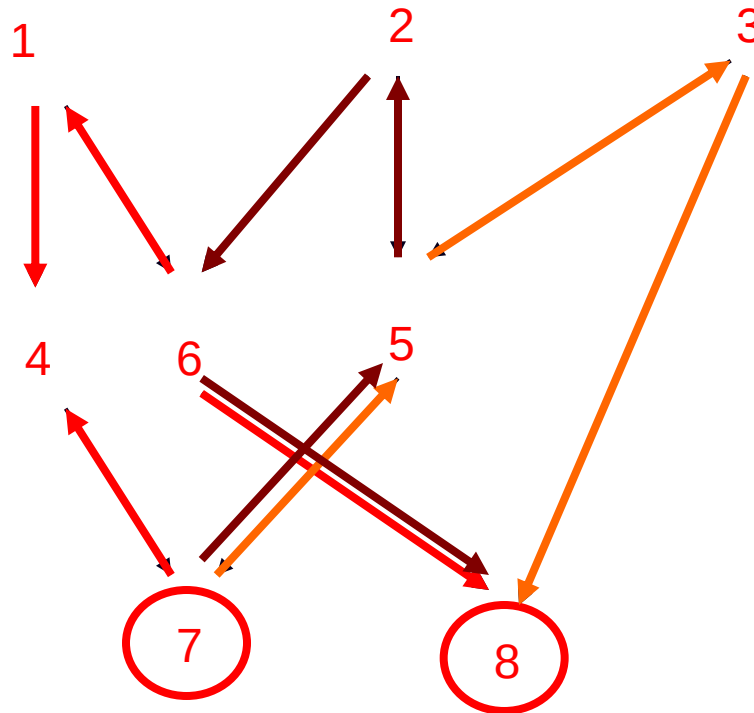


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

- *Znázornění příbuznosti pomocí úsekového diagramu*



$$R_{77} = 1$$

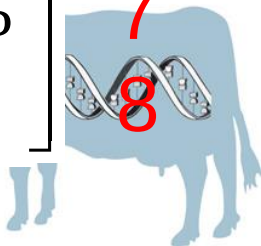
$$\begin{aligned} R_{78} &= 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \\ &\quad + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \\ &\quad + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Matice příbuznosti*

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$A =$	1	0	0	0,5	0	0,5	0,25	0,25	1
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,25	0,25	2
	0	0	1	0	0,25	0	0,25	0,5	3
	0,5	0	0	1	0	0,25	0,5	0,125	4
	0	0,5	0,5	0	1	0,25	0,5	0,375	5
	0,5	0,5	0	0,25	0,25	1	0,25	0,5	6
	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	1	0,25	7
	0,25	0,25	0,5	0,125	0,375	0,5	0,25	1	8

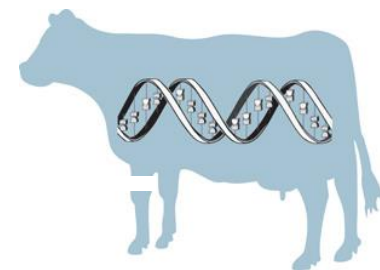


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Inverze matice příbuznosti*

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1,833 & 0,500 & 0,000 & -0,667 & 0,000 & -1,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,500 & 2,000 & 0,500 & 0,000 & -1,000 & -1,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 & 2,000 & 0,000 & -1,000 & 0,500 & 0,000 & -1,000 \\ -0,667 & 0,000 & 0,000 & 1,833 & 0,500 & 0,000 & -1,000 & 0,000 \\ 0,000 & -1,000 & -1,000 & 0,500 & 2,500 & 0,000 & -1,000 & 0,000 \\ -1,000 & -1,000 & 0,500 & 0,000 & 0,000 & 2,500 & 0,000 & -1,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & -1,000 & -1,000 & 0,000 & 2,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & -1,000 & 0,000 & 0,000 & 1,000 & 0,000 & 2,000 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- *Variančně kovarianční matice náhodných efektů*

$$\alpha = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_a^2} = \frac{40}{20} = 2$$

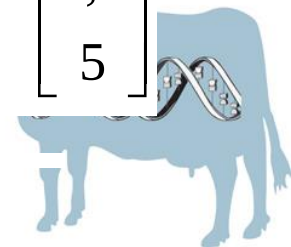
$$A^{-1}\alpha = \begin{bmatrix} 3,667 & 1,000 & 0,000 & -1,333 & 0,000 & -2,000 & 0,000 & 0,000 \\ 1,000 & 4,000 & 1,000 & 0,000 & -2,000 & -2,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 1,000 & 4,000 & 0,000 & -2,000 & 1,000 & 0,000 & -2,000 \\ -1,333 & 0,000 & 0,000 & 3,667 & 1,000 & 0,000 & -2,000 & 0,000 \\ 0,000 & -2,000 & -2,000 & 1,000 & 5,000 & 0,000 & -2,000 & 0,000 \\ -2,000 & -2,000 & 1,000 & 0,000 & 0,000 & 5,000 & 0,000 & -2,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & -2,000 & -2,000 & 0,000 & 4,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & -2,000 & 0,000 & 0,000 & 2,000 & 0,000 & 4,000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Rovnice smíšeného modelu*

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \\ \hat{a}_5 \\ \hat{a}_6 \\ \hat{a}_7 \\ \hat{a}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,667 & 1 & 0 & -1,333 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1,333 & 0 & 0 & 4,667 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -2 & 1 & 6 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 6 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 13 \\ 6,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,5 \\ 2,9 \\ 3,9 \\ 3,5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

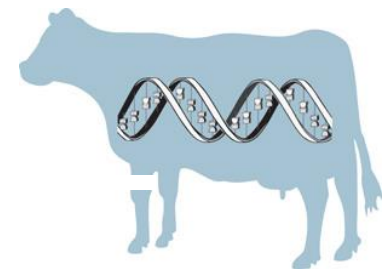


$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- *Odhadnuté fixní efekty (pohlaví) a předpovězené náhodné efekty (plemenné hodnoty)*

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \\ \hat{a}_5 \\ \hat{a}_6 \\ \hat{a}_7 \\ \hat{a}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,358 \\ 3,404 \\ 0,098 \\ -0,019 \\ -0,041 \\ -0,009 \\ -0,186 \\ 0,177 \\ -0,249 \\ 0,183 \end{bmatrix}$$



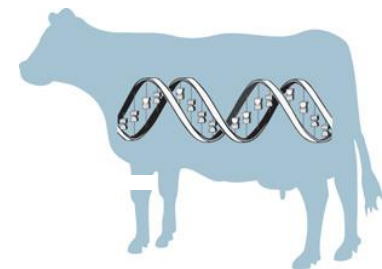
$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

- *Inverze levé strany rovnic smíšeného modelu – matice C*

C

0.595561	0.1573021	-0.164119	-0.083625	-0.130591	-0.264557	-0.148278	-0.166326	-0.284246	-0.237879
0.1573021	0.8024587	-0.132863	-0.241251	-0.111968	-0.087308	-0.298915	-0.306003	-0.185949	-0.198649
-0.164119	-0.132863	0.4710942	0.006928	0.0326467	0.2195437	0.0449523	0.2207743	0.1386223	0.1341923
-0.083625	-0.241251	0.006928	0.4920957	-0.010308	0.0203903	0.2373458	0.2451557	0.1198194	0.110664
-0.130591	-0.111968	0.0326467	-0.010308	0.4564588	0.0481271	0.2013233	0.0226135	0.1258983	0.2177471
-0.264557	-0.087308	0.2195437	0.0203903	0.0481271	0.4276802	0.0470442	0.1275719	0.2428012	0.1231911
-0.148278	-0.298915	0.0449523	0.2373458	0.2013233	0.0470442	0.4281067	0.1697226	0.219716	0.1780739
-0.166326	-0.306003	0.2207743	0.2451557	0.0226135	0.1275719	0.1697226	0.4422828	0.152183	0.2192238
-0.284246	-0.185949	0.1386223	0.1198194	0.1258983	0.2428012	0.219716	0.152183	0.4418562	0.1680818
-0.237879	-0.198649	0.1341923	0.110664	0.2177471	0.1231911	0.1780739	0.2192238	0.1680818	0.4223641



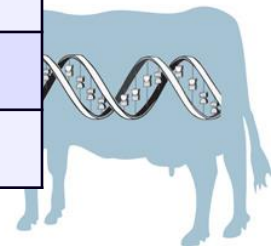
$$\begin{bmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1}\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ Z'y \end{bmatrix}$$

BLUP – Animal model

■ *Spolehlivost a přesnost předpovědi PH*

$$r^2 = 1 - d_i \cdot \frac{\sigma_e^2}{\sigma_a^2} \quad \quad SEP = \sqrt{d_i \sigma_e^2}$$

Jedinec	Diagonála C	r ²	r	SEP
1	0,471	0,058	0,241	4,341
2	0,492	0,016	0,126	4,436
3	0,456	0,088	0,297	4,271
4	0,428	0,144	0,379	4,138
5	0,428	0,144	0,379	4,138
6	0,442	0,116	0,341	4,205
7	0,442	0,116	0,341	4,205
8	0,422	0,156	0,395	4,109



Příště:
Něco málo z praxe

...

