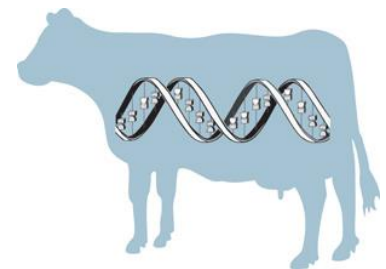


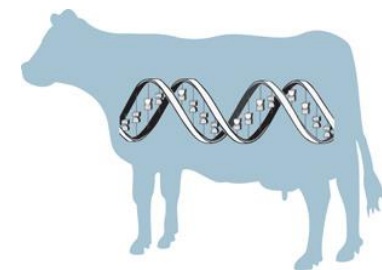
# Předpověď plemenné hodnoty

**Zdeňka Veselá**  
[vesela.zdenka@vuzv.cz](mailto:vesela.zdenka@vuzv.cz)



# UŽITKOVOST

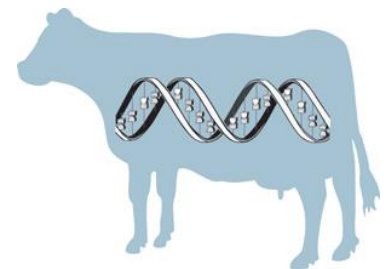
- Kvantitativní vlastnosti vykazující zpravidla kontinuální rozdělení v populaci
- Nemůžeme přímo usuzovat na genotyp
- Jsme odkázáni na biometrické metody
- Genotyp odhadujeme na základě populačních a genetických parametrů
  - fenotypová variance, prostřed'ová variance, genetická variance, dědivost, genetické korelace, ...



# PLEMENNÁ HODNOTA

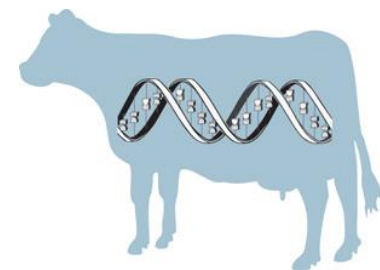
- U kvantitativních vlastností nelze stanovit přímo genotypovou hodnotu
- Můžeme však statistickými metodami předpovědět aditivně genetický efekt = PLEMENNOU HODNOTU

$$P = A + D + I + E$$



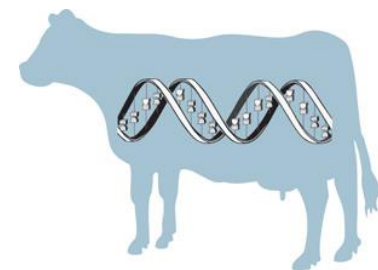
# HISTORIE

- 1900 – kontrola užitkovosti



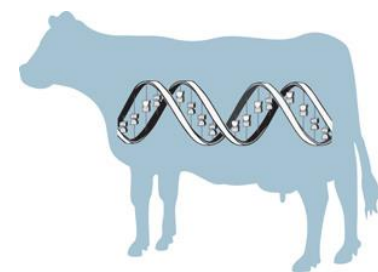
# HISTORIE

- 1920 – vývoj metod hodnocení
  - zapojování statistických metod do hodnocení výsledků kontroly užitečnosti



# HISTORIE

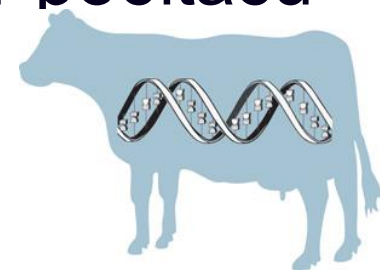
- 1950 – contemporary comparison – CC
  - souvisí s nástupem inseminace dojeného skotu
  - plemenná hodnota plemeníků na základě užikovosti velkého počtu dcer
  - porovnání užitkovosti dcer plemeníka s jejich vrstevnicemi ve stádě



# HISTORIE

## ■ 1980 – BLUP

- Best linear unbiased prediction
  - Nejlepší lineární nevychýlená předpověď
- Lineární modely se smíšenými efekty – zároveň pevné i náhodné efekty v jednom výpočtu
- Možné zohlednit téměř libovolné množství efektů prostředí
- Nástup souvisí s vývojem výkonných počítačů
- Vypracována Hendersonem (1963)



# HISTORIE

## ■ 1980 – BLUP

### □ Sire Model – otcovský model

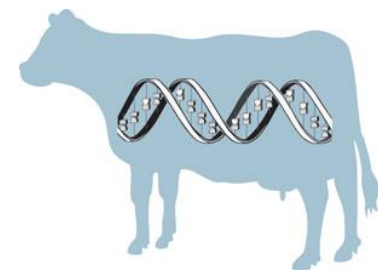
- již v sedmdesátých letech
- PH býků na základě užítkovosti dcer

### □ Dam Model – mateřský model

- PH krav na základě užítkovosti dcer

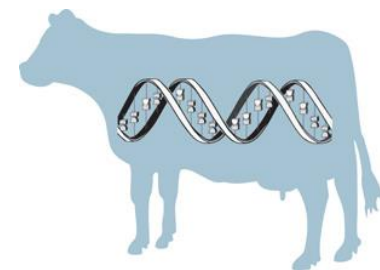
### □ Další varianty

- např. Sire - Maternal Grandsire Model (S-GSM)
  - PH pro otce a otce matek



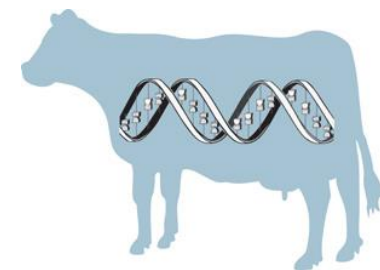
# HISTORIE

- 1990 – BLUP – AM (Animal Model)
  - Souvisí se zvyšováním výkonnosti počítačů
  - Předpověď plemenné hodnoty pro všechny jedince v populaci
  - Modelově pomocí matic a jejich inverze
  - Prakticky ve velkých populacích pomocí iterativních postupů
  - Zvýšení přesnosti (spolehlivosti) PH
  - Single trait – jednoznakový model
  - Multitrait – víceznakový model



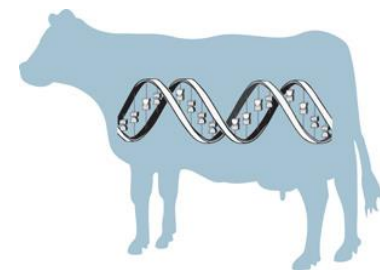
# HISTORIE

- 2000 – Test Day Model (TDM)
  - Náhodná regrese – Random regression
  - Stále se jedná o BLUP
  - Jedná se o užitečnosti měřené v čase
    - Laktace u dojeného skotu (laktanční křivky)
    - Růst u kombinovaného a masného skotu (růstové křivky)
  - Tzv. model s opakovatelností



# HISTORIE

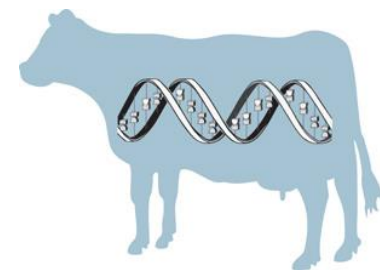
- 2005 – Survival Kit
  - PH pro dlouhověkost
  - Nelineární modely využívající hazardních funkcí
  - Analýza přežitelnosti
  - PH vyjadřují výši rizika vyřazení dcer býků
  - Počet dní od 1. otelení do vyřazení z KU



# HISTORIE

## ■ 2010 - Genomika

- Zkrácení generačního intervalu
- Zvýšením spolehlivosti předpovědi PH u mladých býků
  - Klasická PH – spolehlivost 40%
  - Genomická PH – spolehlivost 85%



# PRINCIP PŘEDPOVĚDI PH

## ■ Očištění užitečnosti o prostředové efekty

### 1. Systematické prostředové efekty

- Působí na celou skupinu zvířat
- Jsme je schopni výpočetními postupy očistit
- V případě použití BLUP rozlišujeme
  - Fixní prostředové efekty
  - Náhodné prostředové efekty
- Věk jedince, věk matky, pohlaví, pořadí vrhu, pořadí laktace, rok, roční období, skupina vrstevníků

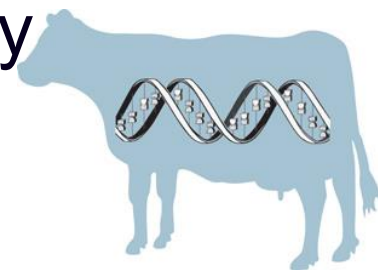


# PRINCIP PŘEDPOVĚDI PH

- Očištění užitečnosti o prostředkové efekty

## 2. Náhodné (nesystematické) efekty

- U každého zvířete o neznámé velikosti a směru
- Nejsme schopni je výpočtem eliminovat
- Zůstávají součástí tzv. reziduální chyby
- Krátkodobá infekční onemocnění, říje, ...
- Součástí náhodné reziduální chyby jsou také efekty dominance a epistatické efekty



# PRINCIP PŘEDPOVĚDI PH

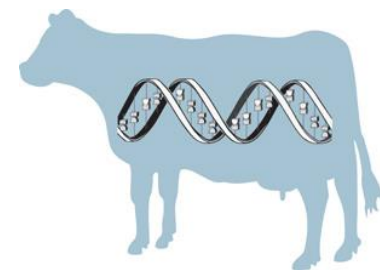
Předpověď plemenné hodnoty jedince

Užitkovost jedince

$$\hat{a}_i = b_{a,y} (y_i - \mu)$$

Regresní koeficient

Průměr populace

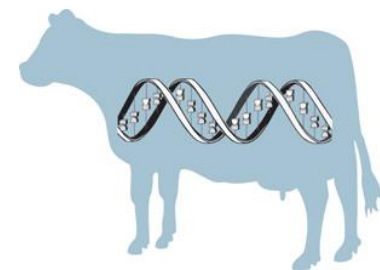


# PRINCIP PŘEDPOVĚDI PH

Při předpovědi plemenné hodnoty jedince na základě VLASTNÍ UŽITKOVOSTI odpovídá regrese mezi plemennou hodnotou a fenotypovou hodnotou KOEFICIENTU DĚDIVOSTI ( $h^2$ ).

$$b_{a,y} = \frac{\sigma_{a,y}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{a,a+e}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_y^2} = h^2$$

Pouze modelová situace, skutečnost je mnohem složitější.



# PRINCIP PŘEDPOVĚDI PH

$$\hat{a}_i = b_{a,y}(y_i - \mu)$$

Kovariance mezi fenotypovou a plemennou hodnotou

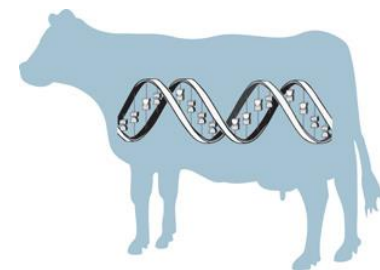
$$y = a + e$$

$$\sigma_{a,e} = 0$$

Variance PH

$$b_{a,y} = \frac{\sigma_{a,y}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{a,a+e}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_y^2} = h^2$$

Fenotypová variance

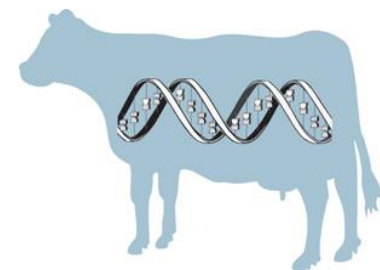


# PŘESNOST PŘEDPOVĚDI PH

$$r_{a,\hat{a}}$$

- Korelační koeficient mezi skutečnou plemennou hodnotou a predikovanou plemennou hodnotou
- Při teoretické předpovědi PH pouze na základě vlastní užitkovosti jedince platí:

$$r_{a,\hat{a}} = r_{a,y}$$



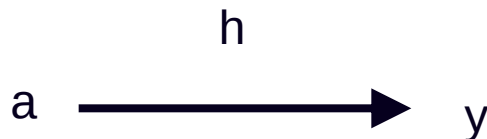
# PŘESNOST PŘEDPOVĚDI PH

Kovariance mezi fenotypovou a plemennou hodnotou

$$r_{a,\hat{a}} = r_{a,y} \quad \sigma_{a,e} = 0$$

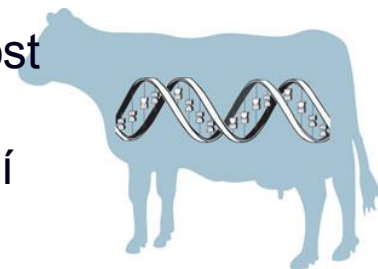
$$r_{a,y} = \frac{\sigma_{a,y}}{\sigma_a \cdot \sigma_y} = \frac{\sigma_{a,a+e}}{\sigma_a \cdot \sigma_y} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_a \cdot \sigma_y} = \frac{\sigma_a}{\sigma_y} = h$$

Směrodatné odchylky



Úsekový diagram

- Znázorňuje příčinnou souvislost (příčina – následek)
- Účinná pomůcka pro odvození regresních koeficientů



# SPOLEHLIVOST PŘEDPOVĚDI PH

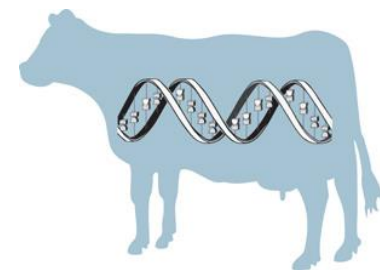
$$r^2_{a,\hat{a}}$$

- Tedy:

$$\hat{a}_i = r^2_{a,\hat{a}}(y_i - \mu)$$

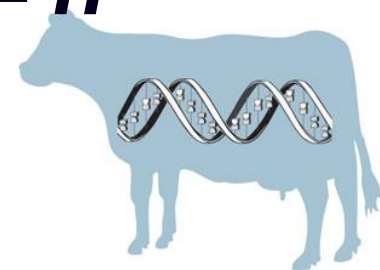
- Z toho vyplývá:

- ☐ Spolehlivost PH je součástí PH
- ☐ Pokud je nízká spolehlivost PH, pak se získaná PH pro jedince blíží 0 (resp. průměru populace)



# Předpověď PH na základě vlastní užitkovosti

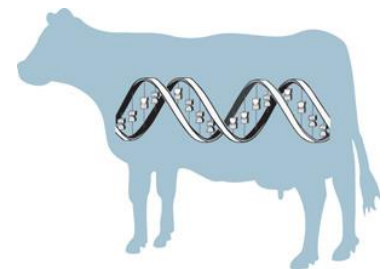
- Modelový případ pro pochopení souvislostí
- Např. předpověď PH na základě průměrného denního přírůstku vykrmovaného býka
- Plemenná hodnota:  $\hat{a}_i = h^2 (y_i - \mu)$
- Přesnost předpovědi PH:  $r_{a,y} = h$
- Spolehlivost předpovědi PH:  $r_{a,y}^2 = h^2$



# Předpověď PH na základě užitečnosti jednoho příbuzného jedince

- *Předpověď PH býka na základě produkce mléka jeho dcery atd.*
- *Jaký bude regresní koeficient?*

$$\hat{a} = b(y - \mu)$$



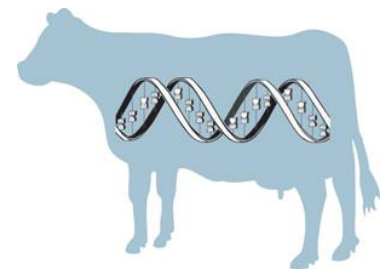
# Předpověď PH na základě užitečnosti jednoho příbuzného jedince

- *Jedinec pro nějž chceme PH* –  $o \rightarrow a_o$
- *Jedinec s užitečností* –  $w \rightarrow y_w$

$$\hat{a} = b(y - \mu)$$

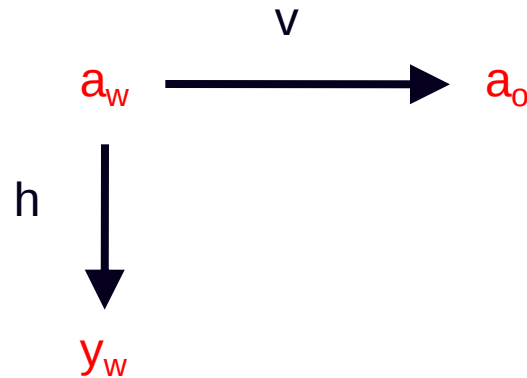


$$\hat{a}_o = b_{a_o, y_w}(y_w - \mu)$$



# Předpověď PH na základě užítkovosti jednoho příbuzného jedince

- *Jedinec pro nějž chceme PH* –  $o \rightarrow a_o$
- *Jedinec s užítkovostí* –  $w \rightarrow y_w$

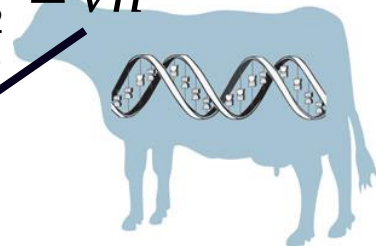


$$\hat{a}_o = v h^2 (y_w - \mu)$$

$$\sigma_{a_o, e_w} = 0$$

$$b_{a_o, y_w} = \frac{\sigma_{a_o, y_w}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{a_o, a_w + e_w}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{a_o, a_w} + \sigma_{a_o, e_w}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{a_o, a_w}}{\sigma_y^2} = v \frac{\sigma_a^2}{\sigma_y^2} = v h^2$$

$v$  – úsekový koeficient = koeficient příbuznosti  $R_{ow}$

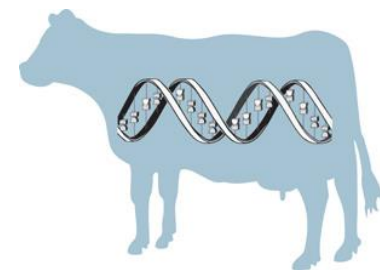


# Předpověď PH na základě užitečnosti jednoho příbuzného jedince

- Plemenná hodnota:  $\hat{a}_o = vh^2 (y_w - \mu)$
- Přesnost předpovědi PH:  $r_{ao,yw} = vh$
- Spolehlivost předpovědi PH:  $r_{ao,yw}^2 = (vh)^2$

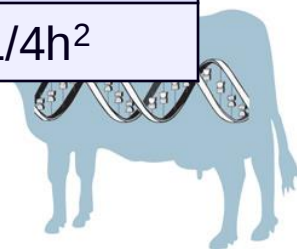
Předpověď PH je tím přesnější (spolehlivější):

- čím je vyšší koeficient dědivosti ( $h^2$ ) dané vlastnosti
- a čím je vyšší koeficient příbuznosti ( $v$ ) k jedincům s výsledky užitečnosti



# Předpověď PH na základě užitečnosti jednoho příbuzného jedince

| Informační zdroj   | Stupeň příbuznosti v ( $r_{o,w}$ ) | Regresní koeficient $b_{ao,yw}$ | Přesnost $r_{ao,yw}$ | Spolehlivost $r^2_{ao,yw}$ |
|--------------------|------------------------------------|---------------------------------|----------------------|----------------------------|
| Vlastní užitečnost | 1                                  | $h^2$                           | $h$                  | $h^2$                      |
| Rodič              | 1/2                                | $1/2h^2$                        | $1/2h$               | $1/4h^2$                   |
| Prarodič           | 1/4                                | $1/4h^2$                        | $1/4h$               | $1/16h^2$                  |
| Praprarodič        | 1/8                                | $1/8h^2$                        | $1/8h$               | $1/64h^2$                  |
| Dvojče             | 1                                  | $h^2$                           | $h$                  | $h^2$                      |
| Vlastní sourozenec | 1/2                                | $1/2h^2$                        | $1/2h$               | $1/4h^2$                   |
| Polosourozenec     | 1/4                                | $1/4h^2$                        | $1/4h$               | $1/16h^2$                  |
| Potomek            | 1/2                                | $1/2h^2$                        | $1/2h$               | $1/4h^2$                   |



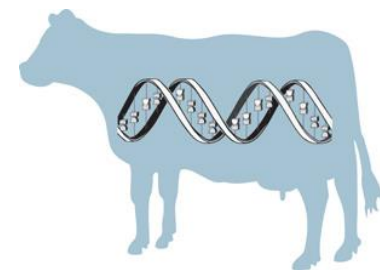
# Předpověď PH na základě plemenných hodnot rodičů

- *Známe PH otce i matky a chceme předpovědět PH potomka*

$$\hat{a}_o = \frac{\hat{a}_s + \hat{a}_d}{2}$$

- *Přesnost předpovědi PH potomka je:*

$$r = \frac{\sqrt{r_s^2 + r_d^2}}{2}$$



# CVIČENÍ

## ■ PŘÍKLAD 1

*Průměrný denní přírůstek býka je 1500 g.*

*Průměrný denní přírůstek vrstevníků býka je 1300 g.*

*Víme, že koeficient dědivosti pro přírůstek je 0,3.*

*Jaká je plemenná hodnota býka stanovená na základě vlastní užitkovosti?*

*Jaká je přesnost a spolehlivost předpovědi jeho plemenné hodnoty?*

## ■ PŘÍKLAD 2

Máme k dispozici užitkovost matky býka první laktaci – 8000 kg a populační průměr všech prvních laktací stejné generace krav – 6300 kg.

Koeficient dědivosti pro produkci mléka je 0,25.

Předpovězte plemennou hodnotu býka na základě užitkovosti jeho matky.

Jaká je přesnost a spolehlivost předpovědi jeho plemenné hodnoty?

## ■ PŘÍKLAD 3

Chceme předpovědět plemennou hodnotu jalovice pro hmotnost ve věku 1 rok a přesnost a spolehlivost této předpovědi na základě plemenných hodnot obou rodičů.

Přičemž plemenná hodnota otce je 200 kg s přesností 0,90

a plemenná hodnota matky je 110 kg s přesností 0,70.



# Předpověď PH na základě vlastní užitkovosti

## ■ *PŘÍKLAD 1 - výsledky*

### ■ *Plemenná hodnota:*

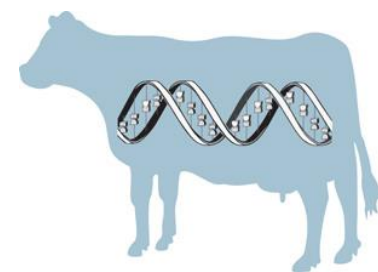
$$\begin{aligned}\square \hat{a}_i &= h^2 (y_i - \mu) \\ &= 0,3 (1500 - 1300) = 60 \text{ g}\end{aligned}$$

### ■ *Přesnost předpovědi PH*

$$\square r = h = 0,548$$

### ■ *Spolehlivost předpovědi PH*

$$\square r^2 = h^2 = 0,3$$



# Předpověď PH na základě užitečnosti jednoho příbuzného jedince

## ■ *PŘÍKLAD 2 - výsledky*

### ■ *Plemenná hodnota:*

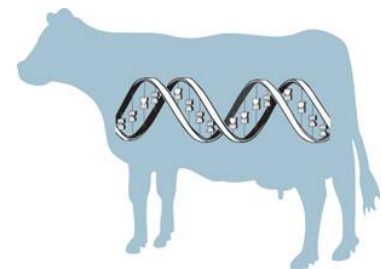
$$\begin{aligned}\square \hat{a}_o &= vh^2 (y_w - \mu) \\ &= 0,5 \cdot 0,25 (8000 - 6300) = 0,125 \cdot 1700 \\ &= 212,5 \text{ kg}\end{aligned}$$

### ■ *Přesnost předpovědi PH*

$$\square r = vh = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

### ■ *Spolehlivost předpovědi PH*

$$\square r^2 = (vh)^2 = 0,25^2 = 0,062$$



# Předpověď PH na základě plemenných hodnot rodičů

## ■ *PŘÍKLAD 3 – výsledky*

### ■ *Plemenná hodnota:*

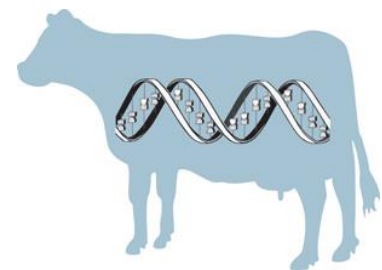
$$\begin{aligned}\square \hat{a}_{\text{jalovice}} &= 0,5 (\hat{a}_{\text{otce}} + \hat{a}_{\text{matky}}) \\ &= 0,5 (200 + 110) = 155 \text{ kg}\end{aligned}$$

### ■ *Přesnost předpovědi PH*

$$\begin{aligned}\square r &= 0,5 \cdot \text{sqrt}(0,9^2 + 0,7^2) = 0,5 \cdot \text{sqrt}(1,3) \\ &= 0,5 \cdot 1,14017 = 0,57\end{aligned}$$

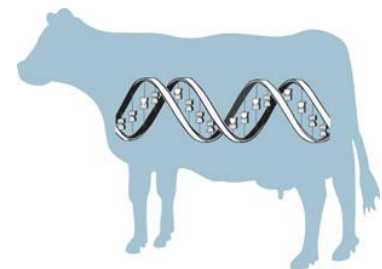
### ■ *Spolehlivost předpovědi PH*

$$\square r^2 = 0,57^2 = 0,325$$

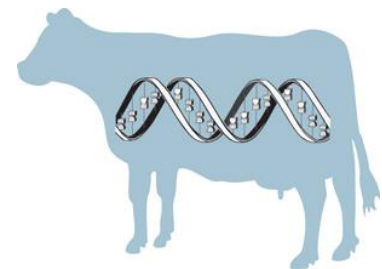
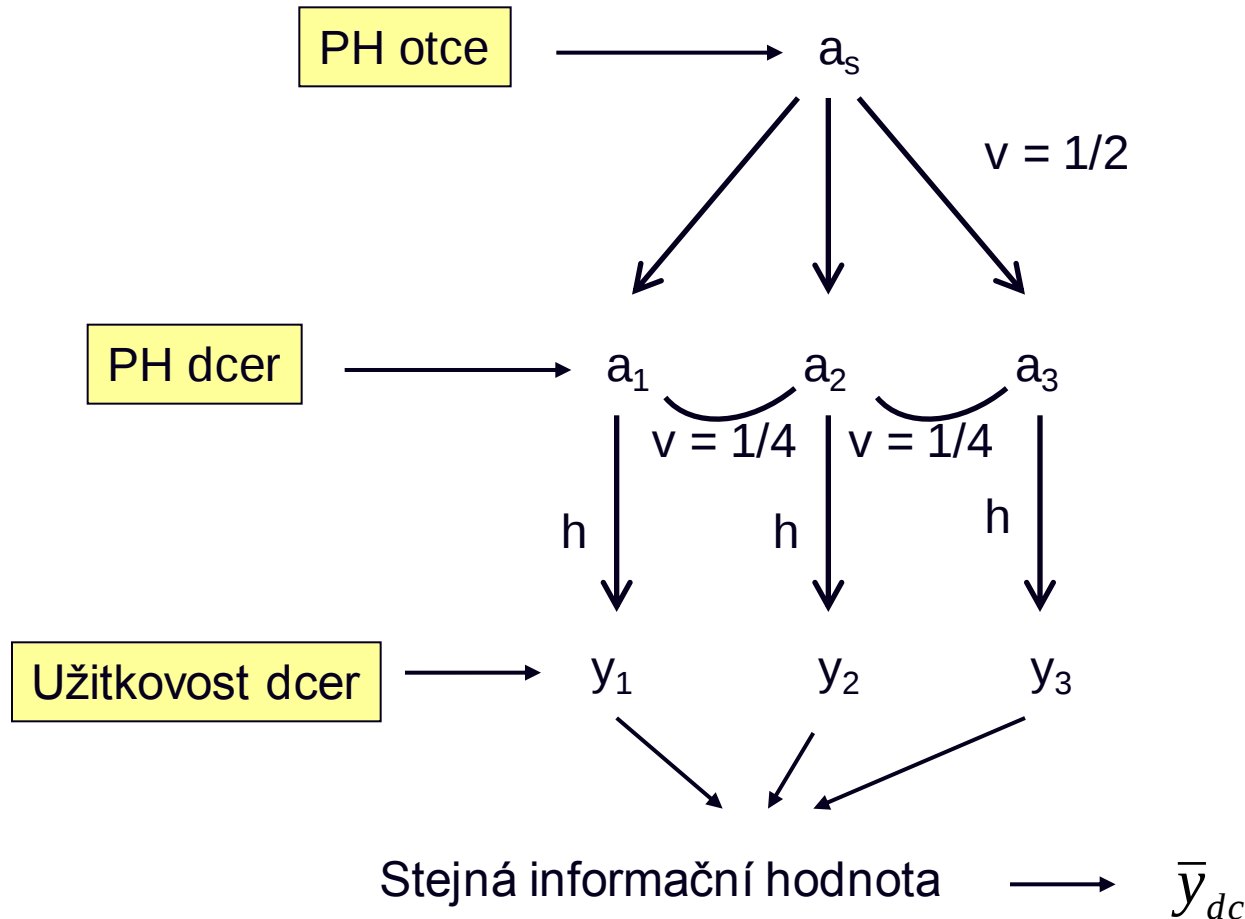


# Předpověď PH na základě užitečnosti více příbuzných jedinců

- *V minulosti hodnocení plemeníků podle užitečnosti potomstva, případně sourozenců a polosourozenců*



# Předpověď PH na základě užítkovosti více příbuzných jedinců



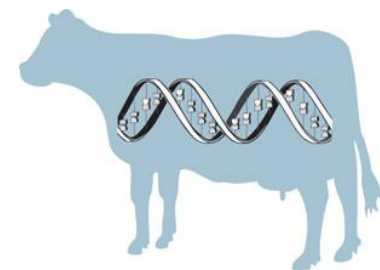
# Předpověď PH na základě užitekosti dcer

Regresní koeficient  $b$   
závisí na dědivosti  
a počtu potomků

$$a_i = b(\bar{y}_{dc} - \mu)$$



$$b = \frac{2n}{n + \alpha} \longrightarrow \alpha = \frac{4 - h^2}{h^2}$$



# Předpověď PH na základě užítkovosti dcer

$$a_i = \frac{2n}{n + \alpha} (\bar{y}_{dc} - \mu)$$

$$\alpha = \frac{4 - h^2}{h^2}$$

## ■ *Spolehlivost předpovědi PH*

$$r^2 = \frac{n}{n + \alpha}$$



n – počet dcer

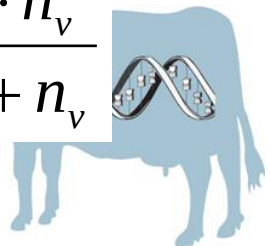


$$r^2 = \frac{w}{w + \alpha}$$

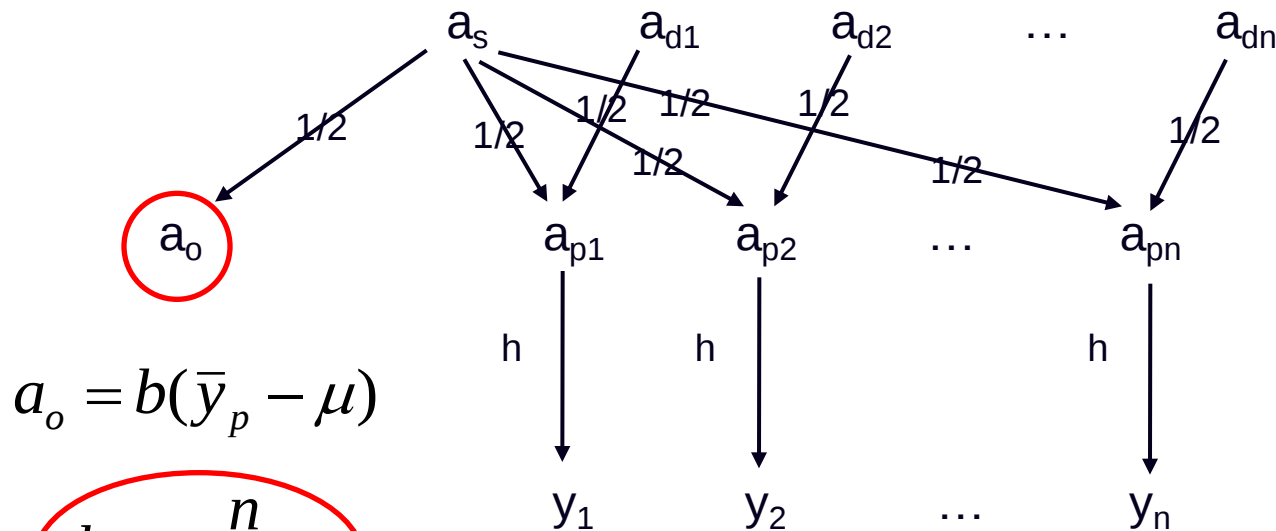


w – efektivní počet dcer

$$w = \frac{n_d \cdot n_v}{n_d + n_v}$$



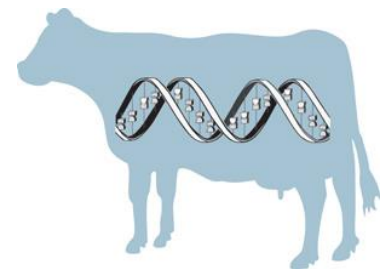
# Předpověď PH na základě užitečnosti polosourozenců (polosester)



$$a_o = b(\bar{y}_p - \mu)$$

$$b = \frac{n}{n + \alpha}$$

$$\alpha = \frac{4 - h^2}{h^2}$$



# CVIČENÍ

## ■ PŘÍKLAD 4

U 25 dcer býka byla na první laktaci zjištěna průměrná produkce mléčných bílkovin 250 kg.

Koeficient dědivosti je 0,3 a průměr užitkovosti celého stáda je 200 kg.

Předpovězte plemennou hodnotu býka a spočítejte spolehlivost jeho PH.

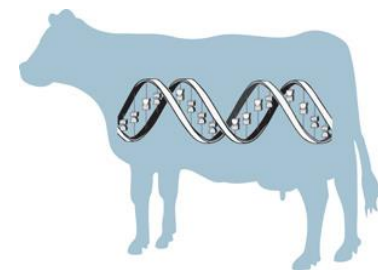
Jakou budeme očekávat užitkovost budoucí dcery tohoto plemeníka?

## ■ PŘÍKLAD 5

U 25 polosester býka byla na první laktaci zjištěna průměrná produkce mléčných bílkovin 250 kg.

Koeficient dědivosti je 0,3 a průměr užitkovosti celého stáda je 200 kg.

Předpovězte plemennou hodnotu býka.



# Předpověď PH na základě užitekosti dcer

## ■ *PŘÍKLAD 4 – výsledky*

■  $\alpha = (4 - h^2) / h^2$

□  $\alpha = (4 - 0,3) / 0,3 = 12,333$

■  $b = 2n / (n + \alpha)$

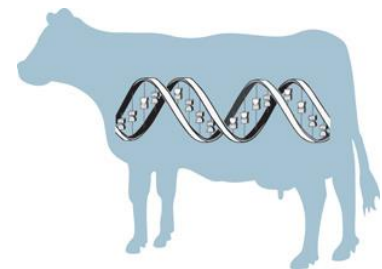
□  $b = 2 \cdot 25 / (25 + 12,333) = 1,3393$

■  $PH_{otce} = b (y_{dc} - \mu)$

□  $PH_{otce} = 1,3393 (250 - 200) = 67 \text{ kg}$

■  $r^2 = n / (n + \alpha)$

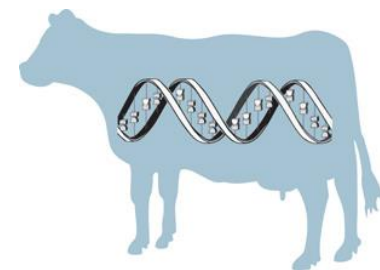
□  $r^2 = 25 / (25 + 12,333) = 0,67$



# Předpověď PH na základě užitečnosti dcer

## ■ *PŘÍKLAD 4 – výsledky*

- Jakou budeme očekávat užitečnost budoucí dcery tohoto plemeníka?
- Víme, že:
  - $PH_{dcery} = (PH_{otce} + PH_{matky}) / 2$
  - $PH_{matky}$  neznáme, takže  $PH_{dcery} = \frac{1}{2} PH_{otce}$
  - $y_{dcery} = \mu + PH_{dcery}$
- $y_{dcery} = 200 + 67/2 = 233,5 \text{ kg}$



# Předpověď PH na základě užitečnosti polosourozenců

## ■ *PŘÍKLAD 5 – výsledky*

■  $\alpha = (4 - h^2) / h^2$

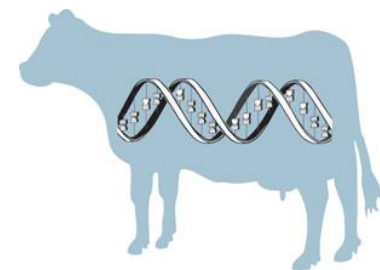
□  $\alpha = (4 - 0,3) / 0,3 = 12,333$

■  $b = n / (n + \alpha)$

□  $b = 25 / (25 + 12,333) = 0,6696$

■  $PH_{\text{býka}} = b (y_{\text{ps}} - \mu)$

□  $PH_{\text{býka}} = 0,6696 (250 - 200) = 33,48 \text{ kg}$

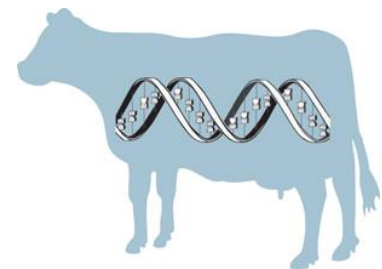


# Střední chyba předpovědi plemenné hodnoty

$$se_a = \sqrt{(1-r^2)\sigma_a^2}$$

## ■ *Skutečná plemenná hodnota se nalézá v intervalu*

- ☐  $\pm se_a$  s pravděpodobností 68,27%
- ☐  $\pm 2se_a$  s pravděpodobností 95,45%
- ☐  $\pm 3se_a$  s pravděpodobností 99,7%



# Střední chyba předpovědi plemenné hodnoty

## ■ *PŘÍKLAD 6*

Máme k dispozici předpovězené plemenné hodnoty dvou býků. U obou známe spolehlivost předpovědi plemenné hodnoty a známe genetické parametry populace.

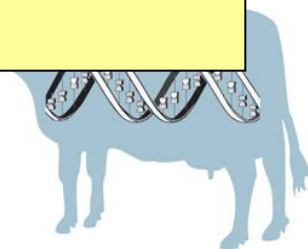
Býk 1:  $a_1 = 120$  g,  $r^2 = 0,35$

Býk 2:  $a_2 = 80$  g,  $r^2 = 0,80$

Genetické parametry populace:  $h^2 = 0,40$ ,  $\sigma_p^2 = 7560$  g,  $\sigma_a^2 = 3024$  g

Jaká je střední chyba předpovědi plemenné hodnoty?

V jakém intervalu se u obou býků nalézá skutečná plemenná hodnota s pravděpodobností 95,45%?



# Předpověď PH na základě užitečnosti polosourozenců

## ■ *PŘÍKLAD 6 – výsledky*

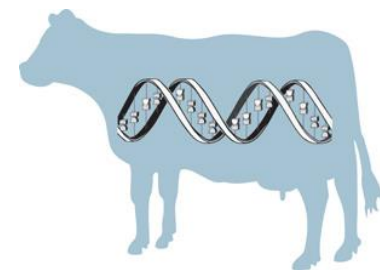
- $se_{a1} = \sqrt{(1 - r^2)var_a} = \sqrt{(1 - 0,35) \cdot 3024} = 44,34 \text{ g}$

- $se_{a2} = \sqrt{(1 - r^2)var_a} = \sqrt{(1 - 0,80) \cdot 3024} = 24,59 \text{ g}$

- Intervaly spolehlivosti:

- Býk 1:  $\pm 88,68 \text{ g}$  (31,32 – 208,68 g)

- Býk 2:  $\pm 49,18 \text{ g}$  (30,82 – 129,18 g)



V příštím díle uvidíte...

